Lineare und Ganzzahlige Optimierung

WS 2008/2009

Übungszettel 8

Aufgabe 1:
Beweisen oder widerlegen Sie:

a) Seien $P, Q \subseteq \mathbb{R}^n$ zwei ganzzahlige Polyeder, dann ist $P \cap Q$ ein ganzzahliges Polyeder.

b) Seien $P = \{x \mid Ax \leq a\} \subseteq \mathbb{R}^n$ und $Q = \{x \mid Bx \leq b\} \subseteq \mathbb{R}^n$ mit A, B vollständig unimodular und $a, b \in \mathbb{Z}^m$, dann ist $P \cap Q$ ein ganzzahliges Polyeder.

(4 Punkte)

Aufgabe 2:
Sei $Ax \leq b$ TDI, $k \in \mathbb{N}$, $\alpha > 0$ rational. Zeigen Sie:

a) $\frac{1}{k}Ax \leq \alpha b$ ist TDI

b) $\alpha Ax \leq \alpha b$ ist nicht notwendigerweise TDI.

(4 Punkte)

Aufgabe 3:
Sei $P = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | \, y \leq \sqrt{2}x\}$. Zeigen Sie, dass P_I kein Polyeder ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 4:
Die Firma Dorian Autos besitzt einen Werbeetat von 20 000 €. Die Firma kann ganzseitige Anzeigen in den beiden Zeitschriften *Inside Jocks* (IJ) und *Family Square* (FS) kaufen.
Dorian Autos möchte mit den Anzeigen möglichst viele Leser auf sich aufmerksam machen und erreichen. Die Anzahl der Leser die von jeder Anzeige in IJ zusätzlich erreicht werden, ist folgendermaßen: Anzeige 1 bis 6: 10 000 Leser, Anzeige 7 bis 10: 3 000 Leser, Anzeige 11 bis 15: 2 500 Leser, ab Anzeige 16: 0 Leser. Werden zum Beispiel 8 Anzeigen in IJ geschaltet, werden damit insgesamt $6 \cdot (10\,000) + 2 \cdot (3\,000) = 66\,000$ Leser erreicht.
Die Anzahl der Leser die mit jeder Anzeige in FS zusätzlich erreicht werden ist folgendermaßen: Anzeige 1 bis 4: 8 000 Leser, Anzeige 5 bis 12: 6 000 Leser, Anzeige 13 bis 15: 2 000 Leser, ab Anzeige 16: 0 Leser. Somit können zum Beispiel mit 13 Anzeigen in FS $4 \cdot (8\,000) + 8 \cdot (6\,000) + 1 \cdot (2\,000)$ Leser erreicht werden. Jede ganzseitige Anzeige in einer der beiden Zeitschriften kostet jeweils 1 000 €. Nehmen Sie an, dass niemand beide Zeitschriften liest. Dorian Autos möchte mit dem zur Verfügung stehenden Werbeetat so viele Menschen wie möglich erreichen.
Formulieren Sie ein entsprechendes IP und lösen Sie es mit einer Methode Ihrer Wahl.

(4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 18.12.08, **vor** der Vorlesung