Lineare und Ganzzahlige Optimierung

WS 2008/2009

Übungszettel 2

Aufgabe 1:
Beweisen oder widerlegen Sie:

a) Damit ein LP unbeschränkt ist, muss der zulässige Bereich unbeschränkt sein.

b) Jedes LP mit unbeschränktem zulässigen Bereich ist unbeschränkt.

(4 Punkte)

Aufgabe 2:
Gegeben sei das LP $\min c^T x$, s.t. $Ax = b$. Zeigen Sie mit Hilfe des Dualen, dass das LP entweder keine Lösung besitzt, unbeschränkt ist oder alle zulässigen Lösungen optimal sind. Gilt die Aussage auch noch, falls man für das LP zusätzlich $x \geq 0$ fordert?

(4 Punkte)

Aufgabe 3:
Beweisen Sie:
Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^m$. Dann existiert ein $x \in \mathbb{R}^n$ mit $Ax \leq b$ dann und nur dann wenn $yb \geq 0$ für jeden Vektor $y \in \mathbb{R}^m, y \geq 0$, mit $Ay = 0$.

(4 Punkte)

Aufgabe 4:
Die Mensa AG hat vier Nahrungsmittelgruppen identifiziert, die für die Ernährung ausreichend sind: Schokolade, Eis, Cola und Käse. Zur Deckung des täglichen Bedarfs gibt es dementsprechend Produkte zu den folgenden Preisen im Programm: Brownies (50 ct. pro Stück), Schokoladeneis (25 ct. pro Kugel), Cola (60 ct. Pro Flasche) und Käsetorte (80 ct. pro Stück). Der Nährwertgehalt der Produkte ist wie folgt:

	kcal	Schokolade (g)	Zucker (g)	Fett (g)
Brownie (Stk.)	400	45	30	30
Schoko-Eis (Kugel)	200	30	30	60
Cola (Flasche)	150	0	60	0
Käsetorte	500	0	60	75

Ein Mathematiker benötigt mindestens 500 kcal, 75 g Schokolade, 150 g Zucker und 120 g Fett pro Tag. Bestimmen sie ein lineares Modell, um eine kostengünstigste, aber ausreichende Mathe-Diät aus den Produkten der Mensa AG zu ermitteln. Berechnen Sie mit Hilfsmitteln Ihrer Wahl eine optimale Lösung.

(4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 30.10.08, **vor** der Vorlesung